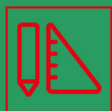


教育图书



功能学具



学生之家

基础教育行业专研品牌

30⁺年专注教育行业

全品学练考

主编 肖德好

练习册

高中数学

选择性必修第一册 RJA

天津出版传媒集团
天津人民出版社

01

目录设置符合一线上课需求，详略得当，拓展有度

03 第三章 圆锥曲线的方程

PART THREE

3.1 椭圆

3.1.1 椭圆及其标准方程

第 1 课时 椭圆及其标准方程

第 2 课时 轨迹问题

3.1.2 椭圆的简单几何性质

第 1 课时 椭圆的简单几何性质

第 2 课时 直线与椭圆的位置关系

第 3 课时 直线与椭圆的综合应用

滚动习题(五) [范围 3.1]

3.2 双曲线

3.2.1 双曲线及其标准方程

3.2.2 双曲线的简单几何性质

第 1 课时 双曲线的简单几何性质

第 2 课时 直线与双曲线的综合应用

拓展微课(一) 圆锥曲线的离心率

3.3 抛物线

3.3.1 抛物线及其标准方程

3.3.2 抛物线的简单几何性质

第 1 课时 抛物线的简单几何性质

第 2 课时 直线与抛物线的位置关系

拓展微课(二) 抛物线焦点弦的性质

拓展微课(三) 圆锥曲线的综合问题

滚动习题(六) [范围 3.2~3.3]

02

【课中探究】采用分层式设计，通过题组、拓展形式凸显讲次重点

课中探究

考点探究 素养小结

◆ 探究点一 两条直线的平行问题

例 1 根据下列条件，判断直线 l_1 与直线 l_2 是否平行或重合：

(1) l_1 经过点 $A(2,1), B(-3,5)$, l_2 经过点 $C(3,-3), D(8,-7)$;

(2) l_1 的倾斜角为 60° , l_2 经过点 $M(3, 2\sqrt{3}), N(-2, -3\sqrt{3})$;

(3) l_1 平行于 y 轴, l_2 经过点 $P(0,-2), Q(0,5)$.

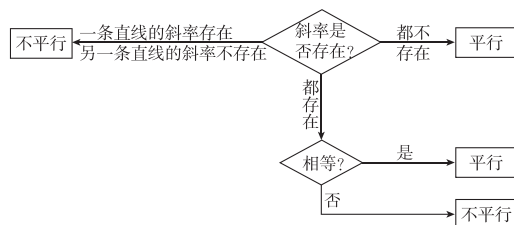
变式 (1) [2026 · 安徽部分学校高二期中] 已知直线 l_1 经过 $P(-1,0), Q(a,2)$ 两点，直线 l_2 的一个方向向量为 $\boldsymbol{n}=(1,a)$ ，若 $l_1 \parallel l_2$ ，则 $a=$

- ()
- A. 1 或 -2 B. 2
C. 2 或 -1 D. 1

(2) 已知 $A(1,2), B(5,0), C(3,4)$ ，若 A, B, C, D 可以构成平行四边形，求点 D 的坐标。

[素养小结]

判断两条不重合的直线是否平行有两种方法：一种是利用两条直线的方向向量，另一种是利用两条直线的斜率。利用两条直线的斜率判断两条直线是否平行的方法如下：



拓展 若一束光线从点 $P(0,1)$ 发出，射到 x 轴上的 A 点后反射，反射光线所在的直线与一条斜率为 2 的直线平行，则点 A 的坐标为 _____。

03

本章总结提升精选典型题和高考题, 提前对接高考

◆ 题型一 圆锥曲线的标准方程与定义

[类型综述] (1) 焦点三角形问题; (2) 涉及焦点、准线、离心率、圆锥曲线上的点中的三者, 常用定义解决问题; (3) 求轨迹问题、最值问题、曲线方程.

例 1 (1) [2023 · 天津卷] 双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 . 过 F_2 作其中一条渐近线的垂线, 垂足为 P . 已知 $|PF_2| = 2$, 直线 PF_1 的斜率为 $\frac{\sqrt{2}}{4}$, 则双曲线的方程为 ()

- A. $\frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{4} = 1$ B. $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{8} = 1$
C. $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{2} = 1$ D. $\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{4} = 1$

◆ 题型三 直线与圆锥曲线的位置关系

[类型综述] (1) 弦的垂直平分线问题; (2) 弦长的计算问题; (3) 位置关系问题.

例 4 (1) (多选题) [2025 · 全国一卷] 设抛物线 $C: y^2 = 6x$ 的焦点为 F , 过 F 的直线交 C 于 A, B 两点, 过 F 且垂直于 AB 的直线交准线 $l: x = -\frac{3}{2}$

于 E , 过点 A 作准线 l 的垂线, 垂足为 D , 则 ()

- A. $|AD| = |AF|$ B. $|AE| = |AB|$
C. $|AB| \geq 6$ D. $|AE| \cdot |BE| \geq 18$

(2) [2024 · 北京卷] 若直线 $y = k(x - 3)$ 与双曲线 $\frac{x^2}{4} - y^2 = 1$ 只有一个公共点, 则 k 的一个取值为 _____.

04

科学分层设置作业, 注重难易比例分配, 兼顾基础性和综合性应用

基础巩固

1. 设 $F_1(-4, 0), F_2(4, 0)$ 为定点, 动点 M 满足 $|MF_1| + |MF_2| = 8$, 则动点 M 的轨迹是 ()
- A. 椭圆 B. 直线
C. 圆 D. 线段

综合提升

10. [2026 · 泉州五中高二期中考] 若 $\triangle ABC$ 的周长为 10, 且 AB 边的长为 4, 则 $\triangle ABC$ 的面积的最大值为 ()
- A. 4 B. $2\sqrt{5}$
C. 5 D. $5\sqrt{2}$

思维探索

15. 已知一张纸上面有半径为 4 的圆 C , 在圆 C 内有一个定点 A , 且 $AC = 2$, 折叠纸片, 使圆 C 上某一点 A' 刚好与点 A 重合, 这样的每一种折法, 都留下一条直线折痕, 当 A' 取遍圆 C 上所有点时, 所有折痕与 $A'C$ 的交点形成的曲线记为 S , 以 CA 的中点为原点, CA 所在直线为 x 轴建立平面直角坐标系, 则曲线 S 的方程为 _____.

05

精选试题, 穿插设置滚动习题, 无缝对接阶段性复习巩固

▮ 滚动习题 (六)

范围 3.2~3.3

(时间: 45 分钟 分值: 100 分)

一、单项选择题 (本大题共 6 小题, 每小题 5 分, 共 30 分)

1. 已知抛物线的顶点在原点, 焦点坐标为 $(0, 2)$, 则抛物线的方程为 ()
- A. $y^2 = 8x$ B. $y^2 = 4x$
C. $x^2 = 4y$ D. $x^2 = 8y$

二、多项选择题 (本大题共 2 小题, 每小题 6 分, 共 12 分)

7. 已知 F 为抛物线 $y^2 = 4x$ 的焦点, A 为抛物线上的一点, $|AF| = 2$, 则下列说法正确的是 ()
- A. 焦点为 $F(1, 0)$
B. 准线方程为 $y = -1$
C. 点 A 的坐标为 $(1, 2)$ 或 $(1, -2)$
D. 以 AF 为直径的圆与抛物线的准线相切

三、填空题 (本大题共 3 小题, 每小题 5 分, 共 15 分)

9. 双曲线 $C: \frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1$ 与直线 $l: y = -\frac{2}{3}x + m$ ($m \in \mathbf{R}$) 的交点的个数为 _____.

四、解答题 (本大题共 3 小题, 共 43 分)

12. (13 分) (1) 在平面直角坐标系中, 求与双曲线 $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$ 有公共渐近线, 且经过点 $(-3, 2\sqrt{3})$ 的双曲线的标准方程.
(2) 求经过点 $P(-2, -4)$ 的抛物线的标准方程.

CONTENTS 目录



扫码领取
单元真题练习
全科高考真题卷

01 第一章 空间向量与立体几何

PART ONE

1.1 空间向量及其运算	001
1.1.1 空间向量及其线性运算	001
1.1.2 空间向量的数量积运算	003
1.2 空间向量基本定理	005
▶ 滚动习题(一) [范围 1.1~1.2]	007
1.3 空间向量及其运算的坐标表示	009
1.3.1 空间直角坐标系	009
1.3.2 空间向量运算的坐标表示	009
1.4 空间向量的应用	011
1.4.1 用空间向量研究直线、平面的位置 关系	011
第1课时 空间中点、直线和平面的向量 表示	011
第2课时 空间中直线、平面的平行	013
第3课时 空间中直线、平面的垂直	015
1.4.2 用空间向量研究距离、夹角问题	017
第1课时 用空间向量研究距离问题	017
第2课时 用空间向量研究夹角问题	020
▶ 滚动习题(二) [范围 1.3~1.4]	023

02 第二章 直线和圆的方程

PART TWO

2.1 直线的倾斜角与斜率	025
2.1.1 倾斜角与斜率	025
2.1.2 两条直线平行和垂直的判定	027
2.2 直线的方程	029
2.2.1 直线的点斜式方程	029
2.2.2 直线的两点式方程	031
2.2.3 直线的一般式方程	033
2.3 直线的交点坐标与距离公式	035
2.3.1 两条直线的交点坐标	035
2.3.2 两点间的距离公式	035
2.3.3 点到直线的距离公式	037
2.3.4 两条平行直线间的距离	037
▶ 滚动习题(三) [范围 2.1~2.3]	039
2.4 圆的方程	041
2.4.1 圆的标准方程	041
2.4.2 圆的一般方程	043
2.5 直线与圆、圆与圆的位置关系	045
2.5.1 直线与圆的位置关系(A)	045

2.5.1 直线与圆的位置关系(B)	047
2.5.2 圆与圆的位置关系	049
滚动习题(四) [范围 2.4~2.5]	051

03 第三章 圆锥曲线的方程

PART THREE

3.1 椭圆	053
3.1.1 椭圆及其标准方程	053
第1课时 椭圆及其标准方程	053
第2课时 轨迹问题	055
3.1.2 椭圆的简单几何性质	057
第1课时 椭圆的简单几何性质	057
第2课时 直线与椭圆的位置关系	059
第3课时 直线与椭圆的综合应用	062
滚动习题(五) [范围 3.1]	064
3.2 双曲线	066
3.2.1 双曲线及其标准方程	066

3.2.2 双曲线的简单几何性质	068
第1课时 双曲线的简单几何性质	068
第2课时 直线与双曲线的综合应用	070
拓展微课(一) 圆锥曲线的离心率	072
3.3 抛物线	073
3.3.1 抛物线及其标准方程	073
3.3.2 抛物线的简单几何性质	075
第1课时 抛物线的简单几何性质	075
第2课时 直线与抛物线的位置关系	077
拓展微课(二) 抛物线焦点弦的性质	079
拓展微课(三) 圆锥曲线的综合问题	080
滚动习题(六) [范围 3.2~3.3]	081

◆ 导学案 [单独成册 P139~P232]

◆ 参考答案(练习册) [单独成册 P083~P138]

参考答案(导学案) [单独成册 P233~P280]

测 评 卷

单元素养测评卷(一) [第一章]	卷 01
单元素养测评卷(二) [第二章]	卷 03
单元素养测评卷(三)A [第三章]	卷 05

单元素养测评卷(三)B [第三章]	卷 07
模块素养测评卷	卷 09
参考答案	卷 11

第一章 空间向量与立体几何



AI学习有疑问
扫码添加AI伴学师

1.1 空间向量及其运算

1.1.1 空间向量及其线性运算

基础巩固

1. 下列命题中是假命题的是 ()

- A. 任意向量与它的相反向量不相等
- B. 和平面向量类似,任意两个空间向量都不能比较大小
- C. 如果 $|\mathbf{a}|=0$,那么 $\mathbf{a}=\mathbf{0}$
- D. 两个相等的向量,若起点相同,则终点也相同

2. [2026·广东江门高二阶段考] 在空间四边形 $PABC$ 中, $\overrightarrow{PB}-\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{CA}=\quad$ ()

- A. \overrightarrow{AP} B. \overrightarrow{PC} C. \overrightarrow{AB} D. \overrightarrow{AC}

3. 若空间向量 \mathbf{a}, \mathbf{b} 不共线,且 $-\mathbf{a}+(3x-y)\mathbf{b}=\mathbf{x}\mathbf{a}+3\mathbf{b}$,则 $xy=\quad$ ()

- A. 1 B. 2 C. 4 D. 6

4. 下列条件中,能说明空间中不重合的三点 A, B, C 共线的是 ()

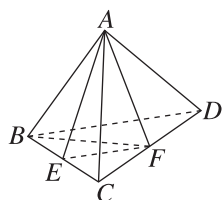
- A. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$ B. $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{AC}$
- C. $\overrightarrow{AB}=-2\overrightarrow{BC}$ D. $|\overrightarrow{AB}|=|\overrightarrow{BC}|$

5. 若 $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ 是空间一组不共面的向量,则下列不共面的一组向量为 ()

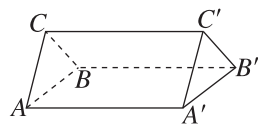
- A. $\mathbf{a}-\mathbf{b}, \mathbf{b}+\mathbf{c}, \mathbf{c}+\mathbf{a}$
- B. $-\mathbf{a}+\mathbf{c}, -\mathbf{b}-\mathbf{c}, \mathbf{a}+\mathbf{b}$
- C. $\mathbf{a}+\mathbf{b}, \mathbf{b}-\mathbf{c}, \mathbf{a}+\mathbf{c}$
- D. $\mathbf{a}+\mathbf{b}, \mathbf{a}-\mathbf{b}, \mathbf{c}$

6. (多选题)[2026·桂林高二期末] 如图,已知四面体 $ABCD$ 中,点 E, F 分别是 BC, CD 的中点,则下列等式正确的是 ()

- A. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AD}$
- B. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{DA}$
- C. $\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}(\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BD})=\overrightarrow{AF}$
- D. $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{EF}=\overrightarrow{FB}$



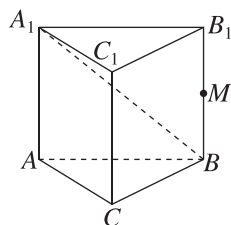
7. 如图所示,在三棱柱 $ABC-A'B'C'$ 中, \overrightarrow{AC} 与 $\overrightarrow{A'C'}$ 是 _____ 向量, \overrightarrow{AB} 与 $\overrightarrow{B'A'}$ 是 _____ 向量.(用“相等”“相反”填空)



8. 已知空间向量 $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$,化简 $\frac{1}{2}(\mathbf{a}+2\mathbf{b}-3\mathbf{c})+5(\frac{2}{3}\mathbf{a}-\frac{1}{2}\mathbf{b}+\frac{2}{3}\mathbf{c})-3(\mathbf{a}-2\mathbf{b}+\mathbf{c})=\quad$

9. (13分)如图,在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, M 是 BB_1 的中点,化简下列各式,并在图中标出化简得到的向量:

- (1) $\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{BA_1}$;
- (2) $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AA_1}$;
- (3) $\overrightarrow{AA_1}-\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{CB}$.



综合提升

10. 如图,在四面体 $ABCD$ 中, E 是棱 AB 的中点,

F 是棱 CD 上一点,且 $\overrightarrow{CF} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CD}$,则 $\overrightarrow{EF} =$

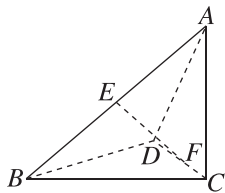
()

A. $-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \frac{2}{3}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$

B. $\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC} - \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$

C. $\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \frac{2}{3}\overrightarrow{AC} - \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$

D. $-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$



11. [教材 P6 练习第 5 题改编] 已知 E, F 分别为正方体 $ABCD-A'B'C'D'$ 的上底面 $A'B'C'D'$ 和侧面 $CC'D'D$ 的中心,若 $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AF} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AD} + z\overrightarrow{AA'}$, 则

()

A. $x+y=z$

B. $x-y=z$

C. $x+y+z=3$

D. $x+y+z=4$

12. (多选题) 已知 O 为平面 ABC 外一点,则在下列条件中,不能使空间中四点 M, A, B, C 共面的是

()

A. $\overrightarrow{OM} = 2\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OC}$

B. $\overrightarrow{OM} = \frac{1}{5}\overrightarrow{OA} + \frac{1}{3}\overrightarrow{OB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OC}$

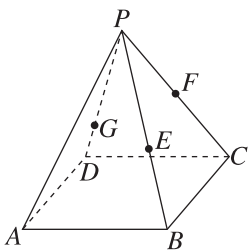
C. $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \mathbf{0}$

D. $\overrightarrow{OM} + \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \mathbf{0}$

13. 如图,在正四棱锥 $P-ABCD$ 中,过点 A 作一个平面分别交棱 PB, PC, PD 于点 E, F, G ,

若 $\frac{PE}{PB} = \frac{3}{5}, \frac{PF}{PC} = \frac{1}{2}$,

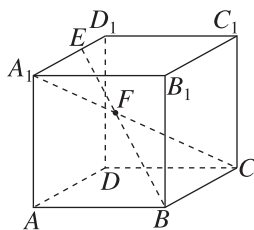
则 $\frac{PG}{PD} =$ _____.



14. (15 分) 如图,在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, E 在 A_1D_1 上,且 $\overrightarrow{A_1E} = 2\overrightarrow{ED_1}$, F 在体对角线 A_1C 上,且 $\overrightarrow{A_1F} = \frac{2}{3}\overrightarrow{FC}$. 设 $\overrightarrow{AB} = \mathbf{a}, \overrightarrow{AD} = \mathbf{b}, \overrightarrow{AA_1} = \mathbf{c}$.

(1) 用 $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ 表示 \overrightarrow{EB} ;

(2) 求证: E, F, B 三点共线.



思维探索

15. 如图,几何体 $ABC-A_1B_1C_1$ 为三棱柱, P 为空间中一点,且满足 $\overrightarrow{BP} = \lambda\overrightarrow{BC} + \mu\overrightarrow{BB_1}$, $\lambda, \mu \in [0, 1]$, 则下列说法错误的是

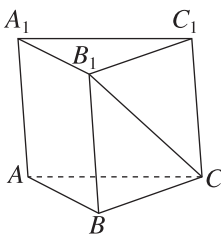
()

A. 当 $\lambda = 0$ 时,点 P 在棱 A_1B_1 上

B. 当 $\lambda = \mu$ 时,点 P 在线段 B_1C 上

C. 当 $\mu = 1$ 时,点 P 在棱 B_1C_1 上

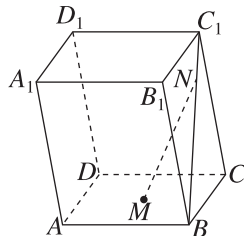
D. 当 $\lambda + \mu = 1$ 时,点 P 在线段 B_1C 上



16. (15 分) 如图所示,已知几何体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 是平行六面体.

(1) 化简 $\frac{1}{2}\overrightarrow{AA_1} + \overrightarrow{BC} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$ (用 \overrightarrow{EF} 表示), 并点明 E, F 的具体位置;

(2) 设 M 是底面 $ABCD$ 的中心, N 是侧面 BCC_1B_1 的对角线 BC_1 上一点,且 $C_1N = \frac{1}{4}C_1B$, 设 $\overrightarrow{MN} = \alpha\overrightarrow{AB} + \beta\overrightarrow{AD} + \gamma\overrightarrow{AA_1}$, 试求 α, β, γ 的值.



1.1.2 空间向量的数量积运算

基础巩固

1. 对于空间任意两个非零向量 a, b , “ $a \cdot b < 0$ ”是 “ $\langle a, b \rangle$ 为钝角”的 ()
- A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件
2. 在三棱锥 $A-BCD$ 中, 若 $AB \perp BD, CD \perp BD, BD=1$, 则 $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD} =$ ()

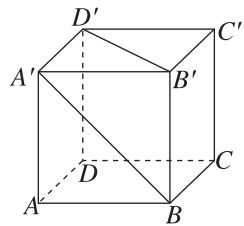
- A. $\frac{1}{2}$ B. 1
C. $\sqrt{3}$ D. 0

3. 在棱长为 1 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 设 $\overrightarrow{AB} = a, \overrightarrow{AD} = b, \overrightarrow{AA_1} = c$, 则 $a \cdot (b+c) =$ ()

- A. 2 B. 0
C. -1 D. -2

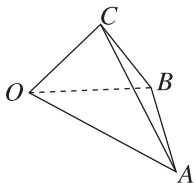
4. 如图, 在正方体 $ABCD-A'B'C'D'$ 中, $\langle \overrightarrow{A'B}, \overrightarrow{B'D'} \rangle =$ ()

- A. 30° B. 60°
C. 90° D. 120°



5. 三棱锥 $O-ABC$ 中, $\angle AOB = \angle AOC = \frac{\pi}{3}, OA = 2OB = 2$, 若 $CB \perp OA$, 则 $OC =$ ()

- A. 1 B. 2
C. $\sqrt{2}$ D. $\sqrt{3}$



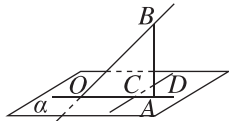
6. (多选题) 已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 $a, A_1C \cap AC_1 = O$, 则 ()

- A. $\overrightarrow{AA_1} \cdot \overrightarrow{BC} = a^2$ B. $\overrightarrow{AA_1} \cdot \overrightarrow{BC_1} = a^2$
C. $\overrightarrow{AA_1} \cdot \overrightarrow{BD_1} = a^2$ D. $\overrightarrow{AA_1} \cdot \overrightarrow{BO} = a^2$

7. 已知空间中不同的四点 A, B, E, C , 若 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BE} = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC}$, 则 \overrightarrow{AB} _____ \overrightarrow{CE} . (填“ \perp ”“ \parallel ”或“ $=$ ”)

8. [2025 · 深圳实验学校高二月考] 在正三棱锥 $P-ABC$ 中, O 是 $\triangle ABC$ 的中心, $PA = AC = 2$, 则 $\overrightarrow{PO} \cdot \overrightarrow{PB} =$ _____.

9. (13分) [教材 P10 习题 1.1 第 8 题改编] 如图, OB 是平面 α 的斜线, O 为斜足, $AB \perp \alpha, A$ 为垂足, $CD \subset \alpha$, 且 $CD \perp OA$. 求证: $CD \perp OB$.



综合提升

10. 在空间四边形 $ABCD$ 中, $AB \perp BD, BD \perp DC$, 且 $\sqrt{3}AC = 2BD$, 则 \overrightarrow{BD} 在 \overrightarrow{AC} 上的投影向量为 ()

- A. $\frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$ B. $\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$ C. $\frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$ D. \overrightarrow{AC}

11. 已知 EF 是棱长为 8 的正方体的一条体对角线, 点 M 在正方体表面上运动, 则 $\overrightarrow{ME} \cdot \overrightarrow{MF}$ 的最小值为 ()

- A. -48 B. -32 C. -16 D. 0

12. (多选题) 如图, 已知斜三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $\angle BAC = \frac{\pi}{2}, \angle BAA_1 = \frac{2\pi}{3}, \angle CAA_1 =$

$\frac{\pi}{3}, AB = AC = 1, AA_1 = 2$, 点

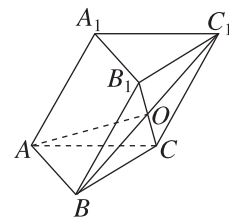
- O 是 B_1C 与 BC_1 的交点, 则下列结论正确的是 ()

A. $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AA_1})$

B. $|\overrightarrow{AO}| = \frac{\sqrt{6}}{2}$

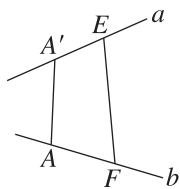
C. $AO \perp BC$

D. 平面 $ABC \perp$ 平面 B_1BCC_1



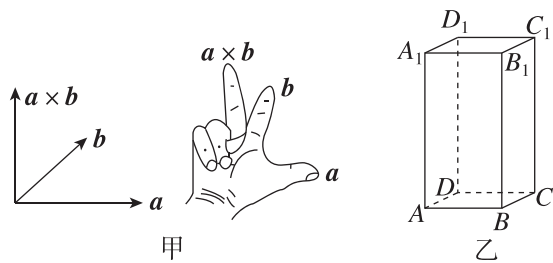
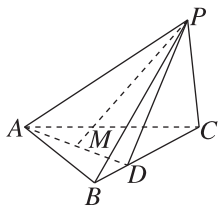
班级
姓名
题号
1
2
3
4
5
6
7
8
10
11
12
13
15

13. 如图,两条异面直线 a, b 所成的角为 60° ,在直线 a, b 上分别取点 A', E 和 A, F ,使 $AA' \perp a$,且 $AA' \perp b$. 已知 $AF=2, A'E=1, EF=3$,则公垂线段 AA' 的长为_____.



14. (15分)如图,在三棱锥 $P-ABC$ 中, $AB=AC=3, AP=4, \angle BAC = \angle PAC = \angle BAP = 60^\circ$,点 D 为棱 BC 上一点,且 $CD=2BD$,点 M 为线段 AD 的中点.

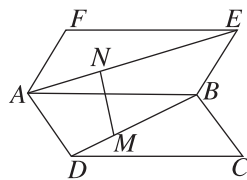
- (1)求 PM 的长度;
(2)求异面直线 PM 与 AC 所成角的余弦值.



- A. $\vec{AB} \times \vec{AD} = \vec{AA}_1$
B. $\vec{AB} \times \vec{AD} = \vec{AD} \times \vec{AB}$
C. $(\vec{AB} + \vec{AD}) \times \vec{AA}_1 = \vec{AB} \times \vec{AA}_1 + \vec{AD} \times \vec{AA}_1$
D. $V_{ABCD-A_1B_1C_1D_1} = (\vec{AB} \times \vec{AD}) \cdot \vec{CC}_1$

16. (15分)如图,在矩形 $ABCD$ 和矩形 $ABEF$ 中, $AB=4, AD=AF=3, \angle DAF = \frac{\pi}{3}, \vec{DM} = \lambda \vec{DB}, \vec{AN} = \lambda \vec{AE}, 0 < \lambda < 1$,记 $\vec{AB} = \mathbf{a}, \vec{AD} = \mathbf{b}, \vec{AF} = \mathbf{c}$.

- (1)当 $\lambda = \frac{1}{2}$ 时,求 MN 与 AE 夹角的余弦值.
(2)是否存在 λ 使得 $MN \perp$ 平面 $ABCD$? 若存在,求出 λ 的值;若不存在,请说明理由.



思维探索

15. (多选题)[2026·北京人大附中高二月考] 给定两个不共线的空间向量 \mathbf{a} 与 \mathbf{b} ,定义叉乘运算 $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$,规定:① $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$ 为同时与 \mathbf{a}, \mathbf{b} 垂直的向量;② $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{a} \times \mathbf{b}$ 三个向量构成右手系(如图甲);③ $|\mathbf{a} \times \mathbf{b}| = |\mathbf{a}| |\mathbf{b}| \sin \langle \mathbf{a}, \mathbf{b} \rangle$. 如图乙,在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB=AD=2, AA_1=4$,则下列说法中正确的是 ()

1.2 空间向量基本定理

基础巩固

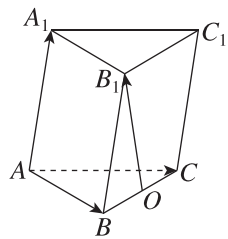
1. [2026·保定高二调研] 在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $\overrightarrow{AB}=\mathbf{a}$, $\overrightarrow{AC}=\mathbf{b}$, $\overrightarrow{AA_1}=\mathbf{c}$, BC 的中点为 O , 则 $\overrightarrow{OB_1}=\quad$ ()

A. $-\frac{1}{2}\mathbf{a}+\frac{1}{2}\mathbf{b}+\mathbf{c}$

B. $\frac{1}{2}\mathbf{a}-\frac{1}{2}\mathbf{b}+\mathbf{c}$

C. $-\frac{1}{2}\mathbf{a}+\frac{1}{2}\mathbf{b}-\mathbf{c}$

D. $\frac{1}{2}\mathbf{a}+\frac{1}{2}\mathbf{b}-\mathbf{c}$



2. 给出下列命题:

①若 $\{\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}\}$ 是空间的一个基底, \mathbf{d} 与 \mathbf{c} 共线, $\mathbf{d} \neq \mathbf{0}$, 则 $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{d}$ 可以构成空间的一个基底;

②若向量 $\mathbf{a} \parallel \mathbf{b}$, 则 \mathbf{a}, \mathbf{b} 与任何向量都不能构成空间的一个基底;

③ A, B, M, N 是空间四点, 如果 $\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BM}, \overrightarrow{BN}$ 不能构成空间的一个基底, 那么点 A, B, M, N 共面;

④已知 $\{\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}\}$ 是空间的一个基底, 若 $\mathbf{m}=\mathbf{a}+\mathbf{c}$, 则 $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{m}$ 可以构成空间的一个基底.

其中真命题的个数是 ()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

3. 已知 $\{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3\}$ 是空间的一个基底, 向量 $\mathbf{a}=\mathbf{e}_1+\mathbf{e}_2+\mathbf{e}_3$, $\mathbf{b}=\mathbf{e}_1+\mathbf{e}_2-\mathbf{e}_3$, $\mathbf{c}=\mathbf{e}_1-\mathbf{e}_2+\mathbf{e}_3$, $\mathbf{d}=\mathbf{e}_1+2\mathbf{e}_2+3\mathbf{e}_3$, 若 $\mathbf{d}=x\mathbf{a}+y\mathbf{b}+z\mathbf{c}$, 则 x, y, z 的值分别为 ()

A. $\frac{5}{2}, -1, -\frac{1}{2}$

B. $\frac{5}{2}, 1, \frac{1}{2}$

C. $-\frac{5}{2}, 1, -\frac{1}{2}$

D. $\frac{5}{2}, 1, -\frac{1}{2}$

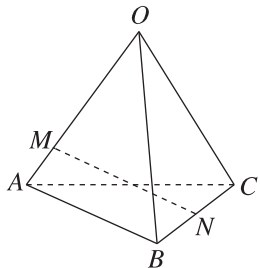
4. 在四面体 $OABC$ 中, 点 M 为棱 OA 上靠近 A 的四等分点, N 为 BC 的中点, 若 $\overrightarrow{MN}=x\overrightarrow{OA}+y\overrightarrow{OB}+z\overrightarrow{OC}$, 则 $x+y+z$ 的值为 ()

A. $\frac{1}{4}$

B. 1

C. $\frac{3}{2}$

D. $\frac{1}{3}$



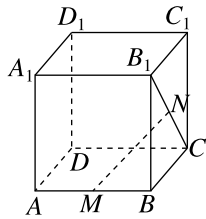
5. 如图, 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, M, N 分别为 AB, B_1C 的中点, 若 $AB=a$, 则 MN 的长为 ()

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}a$

B. $\frac{\sqrt{3}}{3}a$

C. $\frac{\sqrt{5}}{5}a$

D. $\frac{\sqrt{15}}{5}a$



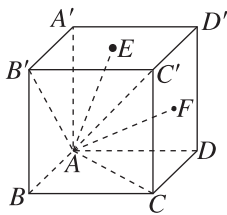
6. (多选题)[2025·杭州重点中学高二期中] 如图, 已知正方体 $ABCD-A'B'C'D'$ 中, E, F 分别是上底面 $A'B'C'D'$ 和侧面 $CDD'C'$ 的中心, 则下列结论正确的是 ()

A. 存在 x , 使得 $\overrightarrow{AC'}=x(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CC'})$

B. 对任意 x, y , 都有 $\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{AA'}+x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AD}$

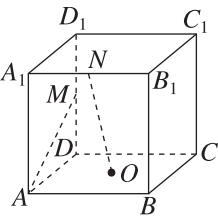
C. 存在 x, y , 使得 $\overrightarrow{AF}, \overrightarrow{AD}, x\overrightarrow{AC'}+y\overrightarrow{AC}$ 共面

D. 对任意 x, y , 都有 $\overrightarrow{AF}, \overrightarrow{AD}, x\overrightarrow{AB'}+y\overrightarrow{AC'}$ 共面

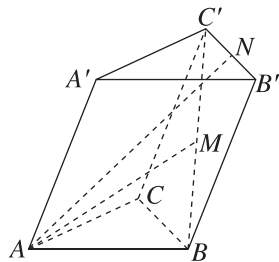


7. 已知 $\{\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}\}$ 是空间的一个基底, 则可以从向量 $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}, \mathbf{a}+\mathbf{b}, \mathbf{a}-\mathbf{b}, \mathbf{a}+\mathbf{c}, \mathbf{a}-\mathbf{c}, \mathbf{b}+\mathbf{c}, \mathbf{b}-\mathbf{c}$ 中选出三个向量构成空间的一个基底, 请你写出一个不同于 $\{\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}\}$ 的基底: _____.

8. 如图所示, 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, O 是底面正方形 $ABCD$ 的中心, M 是 D_1D 的中点, N 是 A_1B_1 的中点, 则直线 ON, AM 的位置关系是 _____.



9. (13分) 如图所示, 在三棱柱 $ABC-A'B'C'$ 中, 设 $\overrightarrow{AA'}=\mathbf{a}, \overrightarrow{AB}=\mathbf{b}, \overrightarrow{AC}=\mathbf{c}$, M 是 BC' 的中点, N 是 $B'C'$ 的中点, 用基底 $\{\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}\}$ 表示以下各向量:
(1) \overrightarrow{AM} ; (2) \overrightarrow{AN} .



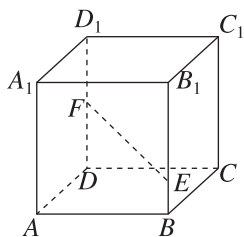
综合提升

10. 如图,在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, E,F 分别在棱 BB_1 和 DD_1 上,且 $DF = \frac{1}{2}DD_1$. 记

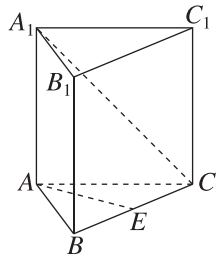
$\vec{EF} = x\vec{AB} + y\vec{AD} + z\vec{AA_1}$,若 $x + y + z = \frac{1}{4}$,则

$\frac{BE}{BB_1} =$ ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{6}$



第 10 题图



第 11 题图

11. 如图,在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $AC = AB = AA_1 = \sqrt{2}$, $BC = 2AE = 2$,则异面直线 AE 与 A_1C 所成的角是 ()

- A. 30° B. 45° C. 60° D. 90°

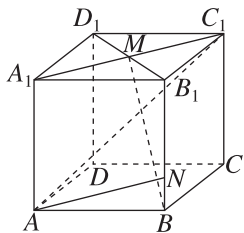
12. (多选题)如图,在直四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中,底面 $ABCD$ 是平行四边形, $AB = AD = AA_1 = 2$, $\angle BAD = \frac{\pi}{3}$, M 为 A_1C_1 与 B_1D_1 的交点.若 $\vec{AB} = \mathbf{a}$, $\vec{AD} = \mathbf{b}$, $\vec{AA_1} = \mathbf{c}$,则下列说法正确的有 ()

A. $\vec{BM} = -\frac{1}{2}\mathbf{a} + \frac{1}{2}\mathbf{b} + \mathbf{c}$

B. $AC_1 = 2\sqrt{6}$

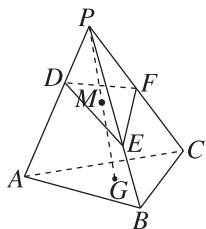
C. 若 $\vec{BN} = \frac{1}{4}\vec{BB_1}$, 则 $AN \perp BM$

D. 以 D 为球心, $\sqrt{7}$ 为半径的球与侧面 BCC_1B_1 的交线长为 $\frac{2}{3}\pi$



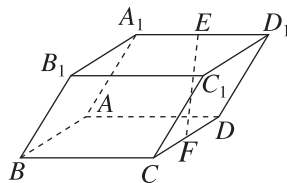
13. 如图所示,在三棱锥 $P-ABC$ 中, G 为 $\triangle ABC$ 的重心,点 M,F 分别为 PG,PC 的中点,点 D,E 分别在 PA,PB 上, $\vec{PD} = m\vec{PA}$, $\vec{PE} = n\vec{PB}$ ($mn \neq 0$),

若 M,D,E,F 四点共面,则 $\frac{1}{m} + \frac{1}{n} =$ _____.



14. (15 分)如图,在平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, E,F 分别为棱 A_1D_1,CD 的中点,且 $\angle B_1BC = \angle B_1BA = \frac{\pi}{3}$, $\angle CBA = \frac{\pi}{2}$, $AB = BC = 3, BB_1 = 2$.

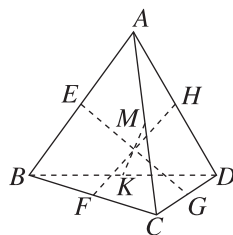
- (1)求线段 EF 的长度;
(2)求异面直线 AD 与 EF 夹角的余弦值.



思维探索

15. 在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $AB = AC = AA_1 = 1$, $\Omega = \{P \mid \vec{AP} = \lambda\vec{AB} + \mu\vec{AC} + \eta\vec{AA_1}, 0 \leq \lambda \leq 1, 0 \leq \mu \leq 2, 0 \leq \eta \leq 3\}$,若 Ω 中所有的点构成的几何体的体积为 3,则 \vec{AB} 与 \vec{AC} 夹角的大小为 _____.

16. (15 分)如图,在四面体 $A-BCD$ 中, E,F,G,H,K,M 分别为棱 AB,BC,CD,DA,BD,AC 的中点,且 $EG = FH = KM$,求证: $AB \perp CD$, $AC \perp BD$, $AD \perp BC$.



滚动习题 (一)

范围 1.1~1.2

(时间:45分钟 分值:100分)

一、单项选择题(本大题共6小题,每小题5分,共30分)

1. 下列关于空间向量的说法正确的是 ()

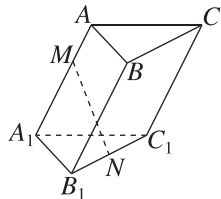
- A. 零向量是任意直线的方向向量
- B. 方向相同的两个向量是相等向量
- C. 空间任意三个向量都可以构成空间的一个基底
- D. 任意两个空间向量都可以通过平移转化为同一平面内的向量

2. 已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的中心为 O , 则下列各结论中正确的是 ()

- A. $\vec{OA} - \vec{OD}$ 与 $\vec{OB}_1 - \vec{OC}_1$ 是一对相反向量
- B. $\vec{OB} - \vec{OC}$ 与 $\vec{OA}_1 - \vec{OD}_1$ 是一对相反向量
- C. $\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} + \vec{OD}$ 与 $\vec{OA}_1 + \vec{OB}_1 + \vec{OC}_1 + \vec{OD}_1$ 是一对相反向量
- D. $\vec{OA}_1 - \vec{OA}$ 与 $\vec{OC}_1 - \vec{OC}$ 是一对相反向量

3. 如图所示, 在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $\vec{A_1M} = 2\vec{MA}$, 若点 N 为棱 B_1C_1 的中点, 则 $\vec{MN} =$

- A. $\frac{1}{3}\vec{AA_1} + \frac{2}{3}\vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{AC}$
- B. $\frac{2}{3}\vec{AA_1} + \frac{1}{3}\vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{AC}$
- C. $\frac{1}{3}\vec{AA_1} + \frac{1}{2}\vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{AC}$
- D. $\frac{2}{3}\vec{AA_1} + \frac{1}{2}\vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{AC}$



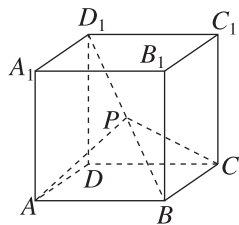
4. 已知空间四边形 $ABCD$ 的每条边和对角线的长都为1, F, G 分别是 AD, DC 的中点, 则 $\vec{FG} \cdot \vec{AB} =$ ()

- A. $\frac{\sqrt{3}}{4}$
- B. $\frac{1}{4}$
- C. $\frac{1}{2}$
- D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

5. [2026·四川南充高级中学高二月考] 在三棱锥 $P-ABC$ 中, M 是平面 ABC 内一点, 且 $14\vec{PM} = 8\vec{PA} + t\vec{PB} + 5\vec{PC}$, 则 $t =$ ()

- A. $\frac{1}{2}$
- B. 1
- C. 2
- D. 3

6. 如图, 设动点 P 在棱长为1的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的体对角线 BD_1 上(不含端点), $\frac{D_1P}{D_1B} = \lambda$, 当 $\angle APC$ 为直角时, λ 的值是 ()



- A. 2
- B. 1
- C. $\frac{1}{2}$
- D. $\frac{1}{3}$

二、多项选择题(本大题共2小题,每小题6分,共12分)

7. [2026·重庆万州二中高二月考] 下列说法错误的是 ()

- A. 若向量 $t\mathbf{a} + 2\mathbf{b}$ 与向量 $\mathbf{a} + 3\mathbf{b}$ 共线, 则 $t = \frac{2}{3}$
- B. 在平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 向量 \vec{AB} 与向量 $\vec{A_1B_1}$ 相等
- C. $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2$ 为空间中两个不共线的单位向量, 若 $\mathbf{a} = x_1\mathbf{e}_1 + y_1\mathbf{e}_2, \mathbf{b} = x_2\mathbf{e}_1 + y_2\mathbf{e}_2$, 则 $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = x_1x_2 + y_1y_2$
- D. 若 $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ 为空间中不共面的三个向量, 则存在不全为0的有序实数组 (x, y, z) , 使得 $x\mathbf{a} + y\mathbf{b} + z\mathbf{c} = \mathbf{0}$

8. 平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的底面 $ABCD$ 是正方形, $AA_1 = AB = 1, \angle A_1AB = \angle A_1AD = 60^\circ, AC \cap BD = O, A_1C_1 \cap B_1D_1 = O_1$, 则下列说法正确的是 ()

- A. $AC_1 = \sqrt{5}$
- B. $\vec{BO_1} = \frac{1}{2}\vec{AB} - \frac{1}{2}\vec{AD} + \vec{AA_1}$
- C. 四边形 B_1BDD_1 的面积为 $\sqrt{2}$
- D. 若 $\vec{AM} = \frac{5}{3}\vec{AO} + \frac{1}{3}\vec{AO_1} - \vec{AB_1}$, 则点 M 在平面 B_1BDD_1 内

三、填空题(本大题共3小题,每小题5分,共15分)

9. 已知空间的一个基底为 $\{\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}\}, \mathbf{m} = \mathbf{a} + 3\mathbf{b} - \mathbf{c}, \mathbf{n} = x\mathbf{a} - 2y\mathbf{b} + 2\mathbf{c}$, 且满足 $\mathbf{m} \parallel \mathbf{n}$, 则 $xy =$ _____.

班级
姓名
题号
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11

10. 在平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 设 $\overrightarrow{AA_1} = \mathbf{a}, \overrightarrow{AB} = \mathbf{b}, \overrightarrow{AD} = \mathbf{c}$, M, N, P 分别是 AA_1, BC, C_1D_1 的中点, 则 $2\overrightarrow{MP} + 4\overrightarrow{NC_1}$ 用向量 $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ 可表示为 _____.

11. 两条异面直线 a, b 所成的角为 θ , 在直线 a 上取点 A_1, E , 在直线 b 上取点 A, F , 使得 $AA_1 \perp a$, 且 $AA_1 \perp b$. 已知 $A_1E = AF = 1, EF = \sqrt{5}$, $AA_1 = 2$, 则 $\cos \theta =$ _____.

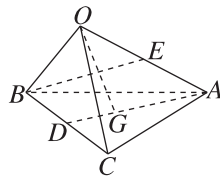
四、解答题(本大题共 3 小题, 共 43 分)

12. (13 分)[2026·无锡高二阶段练] 已知 $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ 是空间中不共面的向量, $\overrightarrow{AB} = 2\mathbf{a} - \mathbf{b} + \mathbf{c}, \overrightarrow{AC} = \mathbf{a} + 2\mathbf{b} - \mathbf{c}, \overrightarrow{AD} = -\mathbf{a} + m\mathbf{b} + n\mathbf{c}$.

- (1) 若 B, C, D 三点共线, 求 m, n 的值;
- (2) 若 A, B, C, D 四点共面, 求 $3m + 5n$ 的值.

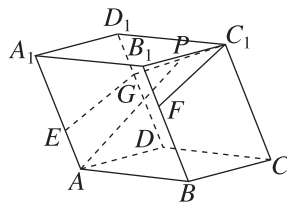
13. (15 分)[2026·山东滕州二中高二月考] 如图, 在空间四边形 $OABC$ 中, D, E 分别为 BC, OA 的中点, 点 G 为 $\triangle ABC$ 的重心, 设 $\overrightarrow{OA} = \mathbf{a}, \overrightarrow{OB} = \mathbf{b}, \overrightarrow{OC} = \mathbf{c}$.

- (1) 试用向量 $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ 表示向量 \overrightarrow{OG} ;
- (2) 若 $OA = OC = 2, OB = 1, \angle AOC = \angle BOC = \angle AOB = 60^\circ$, 求 $\overrightarrow{BE} \cdot \overrightarrow{AD}$ 的值.



14. (15 分) 如图, 在平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, E, F, G 分别在 A_1A, B_1B, D_1D 上, 且 $A_1E = 2EA, BF = 2FB_1, DG = 2GD_1$.

- (1) 求证: $EG \parallel FC_1$;
- (2) 若底面 $ABCD$ 和侧面 A_1ADD_1 都是正方形, 且二面角 A_1-AD-B 的大小为 $120^\circ, AB = 2, P$ 是 C_1G 的中点, 求 AP 的长度.



1.3 空间向量及其运算的坐标表示

1.3.1 空间直角坐标系

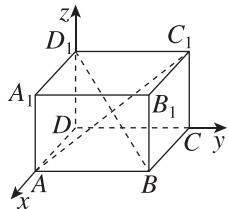
1.3.2 空间向量运算的坐标表示

基础巩固

- 在空间直角坐标系 $Oxyz$ 中, 已知点 $A(1,1,1)$, $B(2,-1,0)$, 若点 P 与点 A 关于 Oyz 平面对称, 则 $\overrightarrow{BP} =$ ()
A. $(-3, 2, 1)$ B. $(-1, 0, 1)$
C. $(-1, 0, -1)$ D. $(3, -2, -1)$
- [2026·北京人大附中高二月考] 已知在空间直角坐标系中, 点 $A(1,0,1)$, $B(3,2,2)$, 点 D 满足 $\overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AB}$, 则点 D 的坐标是 ()
A. $(5, 4, 3)$ B. $(3, 4, 3)$
C. $(4, 3, 2)$ D. $(1, 2, 3)$
- 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $A(3, 2, 6)$, $B(5, 4, 0)$, $C(0, 7, 1)$, 则 AB 边上的中线长为 ()
A. $\sqrt{42}$ B. 6
C. $4\sqrt{2}$ D. 7
- 已知向量 $\mathbf{a} = (1, 0, 1)$, $\mathbf{b} = (2, 0, -2)$, 若 $(k\mathbf{a} + \mathbf{b}) \cdot (\mathbf{a} + k\mathbf{b}) = 2$, 则 k 的值为 ()
A. 1 B. $\frac{3}{5}$
C. $\frac{2}{5}$ D. $\frac{1}{5}$
- 已知 $\overrightarrow{AB} = (2, -3, 2)$, $C(2, \frac{1}{2}, -1)$, $D(x, y, 0)$, 且 $\overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{CD}$, 则 x, y 的值分别为 ()
A. 3, 1 B. $4, -\frac{5}{2}$
C. 3, -1 D. 1, 1
- (多选题) 在空间直角坐标系 $Oxyz$ 中, 已知 $A(1, 3, -5)$, $B(-2, 1, 1)$, 下列结论正确的是 ()
A. $|\overrightarrow{AB}| = 7$
B. $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = 4$
C. 若 $\mathbf{n} = (4, 2, t)$, 则当 $t = \frac{8}{3}$ 时, $\mathbf{n} \perp \overrightarrow{AB}$
D. 若 $\mathbf{m} = (1, 1, k)$, 则当 $k = -3$ 时, $\mathbf{m} \parallel \overrightarrow{AB}$

7. 在空间直角坐标系中, 点 $P(1, a, b)$ 与点 $Q(c, -2, 4)$ 关于原点对称, 则 $abc =$ _____.

8. 在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 以点 D 为原点, DA, DC, DD_1 所在的直线分别为 x 轴、 y 轴、 z 轴, 建立如图所示的空间直角坐标系, 若向量 $\overrightarrow{AC_1}$ 的坐标为 $(-4, 3, 2)$, 则向量 $\overrightarrow{D_1B}$ 的坐标为 _____.



9. (13分)[2026·嘉兴八校联盟高二期中] 已知空间三点 $A(-2, 0, 2)$, $B(-1, 1, 2)$, $C(-3, 0, 4)$, 设 $\mathbf{a} = \overrightarrow{AB}$, $\mathbf{b} = \overrightarrow{AC}$.
- 求 $|\mathbf{b}|, \mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$;
 - 若向量 $k\mathbf{a} + \mathbf{b}$ 与 $k\mathbf{a} - 2\mathbf{b}$ 互相垂直, 求实数 k 的值.

综合提升

10. [2026·辽宁朝阳高二期中] 已知 $A(2, -1, 2)$, $B(3, 1, -1)$, $C(2, 2, -2)$, 点 $P(-1, y, 1)$ 在平面 ABC 内, 则 y 的值为 ()
A. 2 B. -2
C. $\frac{1}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$

班级

姓名

题号

1

2

3

4

5

6

7

8

10

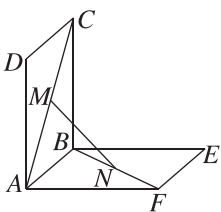
11

12

13

15

11. 如图,正方形 $ABCD$ 与正方形 $ABEF$ 所在平面互相垂直, $\overrightarrow{AM} = \lambda \overrightarrow{AC}$ ($0 \leq \lambda \leq 1$), $\overrightarrow{FN} = \mu \overrightarrow{FB}$ ($0 \leq \mu \leq 1$), $AB = 2$, 则 MN 的最小值为 ()



- A. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ B. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$
C. $\frac{2\sqrt{5}}{3}$ D. $\sqrt{2}$

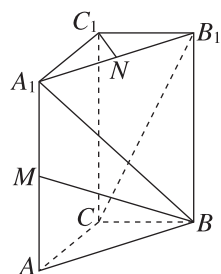
12. (多选题) 已知空间四点 $O(0,0,0)$, $A(0,1,2)$, $B(2,0,-1)$, $C(3,2,1)$, 则下列说法正确的是 ()

- A. $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = -2$
B. 以 OA, OB 为邻边的平行四边形的面积为 $\frac{\sqrt{21}}{2}$
C. 点 O 到直线 BC 的距离为 $\sqrt{5}$
D. O, A, B, C 四点共面

13. 已知点 $A(1,2,1)$, $B(3,3,2)$, $C(\lambda+1,4,3)$, 若 $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ 的夹角为锐角, 则 λ 的取值范围为 _____.

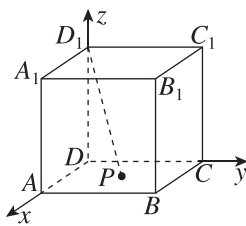
14. (15分) 如图, 在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $CA=CB=1$, $\angle BCA=90^\circ$, $AA_1=2$, M, N 分别是 A_1A, A_1B_1 的中点.

- (1) 求线段 BM 的长;
(2) 求 $\cos \langle \overrightarrow{BA_1}, \overrightarrow{CB_1} \rangle$ 的值;
(3) 求证: $A_1B \perp C_1N$.

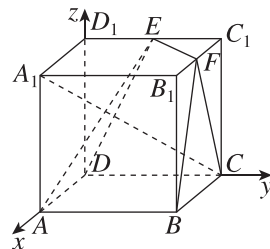


思维探索

15. [2026·蚌埠二中高二检测] 对于两个空间向量 $a=(x_1, y_1, z_1)$ 与 $b=(x_2, y_2, z_2)$, 我们定义它们之间的曼哈顿距离为 $d(a, b) = |x_1 - x_2| + |y_1 - y_2| + |z_1 - z_2|$. 如图, 在棱长为 1 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 以 D 为原点建立空间直角坐标系, 若点 P 在底面 $ABCD$ 内 (含边界) 运动, 且 $|\overrightarrow{D_1P}| = \sqrt{2}$, 则 $d(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{D_1P})$ 的取值范围是 _____.



16. (15分) 如图, 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 以 D 为原点, 建立空间直角坐标系 $Dxyz$. 已知点 D_1 的坐标为 $(0,0,2)$, E 为棱 D_1C_1 上的动点, F 为棱 B_1C_1 上的动点, 且 $(\overrightarrow{DE} + \overrightarrow{CF}) \perp (\overrightarrow{DE} - \overrightarrow{CF})$, 是否存在点 E, F , 使得 $\overrightarrow{EF} \cdot \overrightarrow{A_1C} = 0$? 若存在, 求出 $\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{BF}$ 的值; 若不存在, 请说明理由.



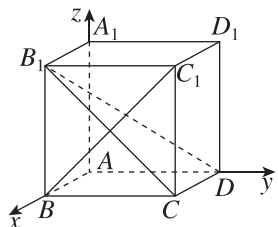
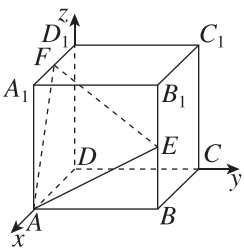
1.4 空间向量的应用

1.4.1 用空间向量研究直线、平面的位置关系

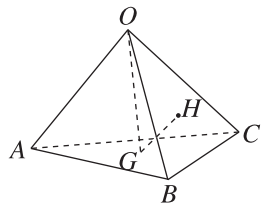
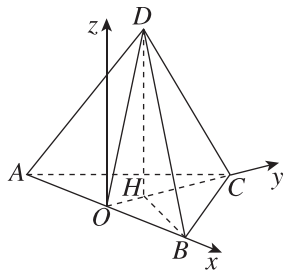
第1课时 空间中点、直线和平面的向量表示

基础巩固

- 在空间直角坐标系中,坐标平面 Oyz 的一个法向量可以是 ()
 A. $n=(0,0,1)$ B. $n=(0,1,0)$
 C. $n=(1,0,0)$ D. $n=(1,1,1)$
- 已知直线 l 的一个方向向量 $m=(2,-1,3)$,且直线 l 过 $A(0,a,3)$ 和 $B(-1,2,b)$ 两点,则 $a+b=$ ()
 A. 0 B. 1 C. $\frac{3}{2}$ D. 3
- 已知点 $A(1,2,-1), B(2,1,-1), C(-1,2,0)$, 则平面 ABC 的一个法向量是 ()
 A. $(1,1,2)$ B. $(1,-1,2)$
 C. $(2,1,1)$ D. $(1,2,1)$
- [2025·泰安高二期中] 已知点 $P(1,2,3)$ 沿着向量 $v=(-1,2,2)$ 的方向移动到点 Q , 且 $|\overrightarrow{PQ}|=6$, 则点 Q 的坐标为 ()
 A. $(0,0,-1)$ B. $(3,-2,-1)$
 C. $(-1,6,7)$ D. $(-2,4,4)$
- 如图,在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中,以 D 为原点建立空间直角坐标系, E 为 BB_1 的中点, F 为 A_1D_1 的中点,则下列向量中,能作为平面 AEF 的法向量的是 ()
 A. $(1,-2,4)$ B. $(-4,1,-2)$
 C. $(2,-2,1)$ D. $(1,2,-2)$
- (多选题)在如图所示的空间直角坐标系中,正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长是 1, 下列结论正确的是 ()
 A. 直线 DD_1 的一个方向向量为 $(0,0,1)$
 B. 直线 BC_1 的一个方向向量为 $(0,1,1)$
 C. 平面 ABB_1A_1 的一个法向量为 $(0,1,0)$
 D. 平面 B_1CD 的一个法向量为 $(1,1,1)$



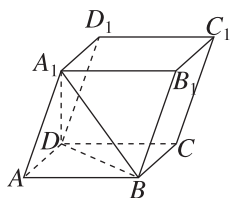
- 已知 $\overrightarrow{AB}=(m,-2,1)$, 若直线 AB 的一个方向向量为 $(1,2,-1)$, 则 $m=$ _____.
- 如图,放置于空间直角坐标系中的棱长为 2 的正四面体 $A-BCD$ 中, H 是底面中心.
 (1) 直线 BC 的一个方向向量为 _____;
 (2) 直线 OD 的一个方向向量为 _____;
 (3) 平面 BHD 的一个法向量为 _____.
- (13分) 如图所示,在四面体 $O-ABC$ 中, G, H 分别是 $\triangle ABC, \triangle OBC$ 的重心, 设 $\overrightarrow{OA}=\mathbf{a}, \overrightarrow{OB}=\mathbf{b}, \overrightarrow{OC}=\mathbf{c}$, 以 $\{\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}\}$ 为空间的一个基底, 求直线 OG 和 GH 的一个方向向量.



综合提升

- [2025·泉州高二期中] 在空间直角坐标系中, 已知 $A(2,0,0), B(0,2,0), C(0,0,2)$, 则下列点中在平面 ABC 内的为 ()
 A. $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1)$ B. $(2,0,2)$
 C. $(1,2,0)$ D. $(2,2,2)$

11. 已知平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $2AB=2AD=AA_1$, $\angle BAD = \angle BAA_1 = \angle DAA_1 = 60^\circ$. 设 $\vec{AB} = \mathbf{a}$, $\vec{AD} = \mathbf{b}$, $\vec{AA}_1 = \mathbf{c}$, 则平面 A_1BD 的一个法向量为 ()



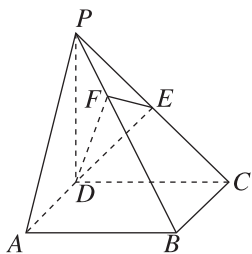
- A. $6\mathbf{a} + 6\mathbf{b} - \mathbf{c}$ B. $2\mathbf{a} + 3\mathbf{b} + \mathbf{c}$
 C. $2\mathbf{a} + 3\mathbf{b} - \mathbf{c}$ D. $\mathbf{a} + \mathbf{b} - \mathbf{c}$

12. (多选题) 已知空间中的三点 $A(0, 1, 0)$, $B(2, 2, 0)$, $C(-1, 3, 1)$, 则下列说法错误的是 ()

- A. \vec{AC} 不是直线 AB 的一个方向向量
 B. 直线 AB 的一个单位方向向量是 $(\frac{2\sqrt{5}}{5}, -\frac{\sqrt{5}}{5}, 0)$
 C. \vec{AB} 与 \vec{BC} 夹角的余弦值是 $\frac{\sqrt{55}}{11}$
 D. 平面 ABC 的一个法向量是 $(1, -2, 5)$

13. 在空间直角坐标系 $Oxyz$ 中, 已知平面 α 的一个法向量为 $\mathbf{n} = (1, -1, 2)$, 且平面 α 过点 $A(0, 3, 1)$. 若 $P(x, y, z)$ 是平面 α 内的任意一点, 则点 P 的坐标满足的方程是 _____.

14. (15分) 如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, $PD \perp$ 底面 $ABCD$, $PD = AD = DC$, 底面 $ABCD$ 为正方形, E 为棱 PC 的中点, 点 F 在棱 PB 上, 问当点 F 在何位置时, \vec{PB} 为平面 DEF 的一个法向量?



思维探索

15. [2026·成都高二期中] 阅读下面材料: 在空间直角坐标系 $Oxyz$ 中, 过点 $P(x_0, y_0, z_0)$ 且一个法向量为 $\mathbf{m} = (a, b, c)$ 的平面 α 的方程为 $a(x-x_0) + b(y-y_0) + c(z-z_0) = 0$, 过点 $P(x_0, y_0, z_0)$ 且一个方向向量为 $\mathbf{n} = (u, v, w)$ ($uvw \neq 0$) 的直线 l 的方程为 $\frac{x-x_0}{u} = \frac{y-y_0}{v} = \frac{z-z_0}{w}$.

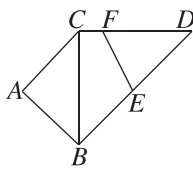
根据上述材料, 解决下面问题: 直线 l 是两个平面 $x-2y+2=0$ 与 $2x-z+1=0$ 的交线, 则 l 的一个方向向量是 ()

- A. $(2, 1, 4)$ B. $(1, 3, 5)$
 C. $(1, -2, 0)$ D. $(2, 0, -1)$

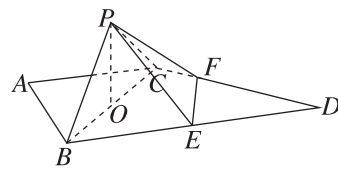
16. (15分) 在四边形 $ABDC$ 中(如图①), $\angle BAC = \angle BCD = 90^\circ$, $AB = AC$, $BC = CD$, E, F 分别是边 BD, CD 上的点, 将 $\triangle ABC$ 沿 BC 翻折, 将 $\triangle DEF$ 沿 EF 翻折, 使得点 D 与点 A 重合(记为点 P), 且平面 $PBC \perp$ 平面 $BCFE$ (如图②).

(1) 求证: $CF \perp PB$;

(2) 设 O 为 BC 的中点, 以 $\{\vec{CB}, \vec{CD}, \vec{OP}\}$ 为空间的一个基底, 求平面 PEF 的一个法向量.



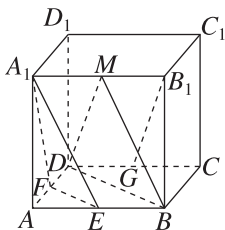
①



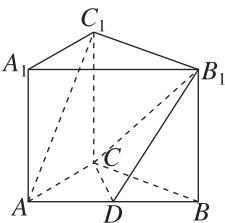
②

11. 若平面 α 的一个法向量为 $\mathbf{n}=(2,-3,1)$, $\overrightarrow{AB}=(1,0,-2)$, $\overrightarrow{AC}=(1,1,1)$, 且平面 α 与平面 ABC 不重合, 则 ()
- A. 平面 $\alpha \parallel$ 平面 ABC
 B. 平面 $\alpha \perp$ 平面 ABC
 C. 平面 α 与平面 ABC 相交但不垂直
 D. 以上均有可能

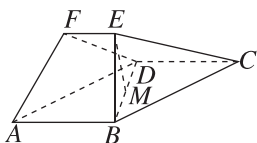
12. (多选题) 如图, 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, E, F, G, M 均是所在棱的中点, 则下列说法正确的是 ()
- A. $B_1G \parallel DM$
 B. $B_1G \parallel$ 平面 A_1EF
 C. 平面 $BDM \parallel$ 平面 A_1EF
 D. $B_1G \parallel A_1F$



13. 如图, 在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $AC=3, BC=4, AB=5, AA_1=4$. 若在棱 AB 上存在点 D , 使得 $AC_1 \parallel$ 平面 CDB_1 , 则 $\frac{AD}{AB} =$ _____.

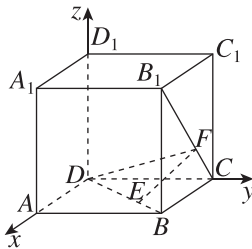


14. (15分) 在如图所示的几何体中, 四边形 $ABCD$ 为平行四边形, $\angle ABD=90^\circ$, $EB \perp$ 平面 $ABCD$, $EF \parallel AB$, $AB=2, EB=\sqrt{3}, EF=1, BC=\sqrt{13}$, 且 M 是 BD 的中点. 求证: $EM \parallel$ 平面 ADF .



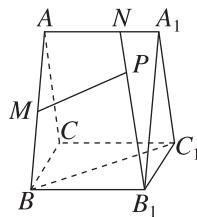
思维探索

15. 如图, 在棱长为 3 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 以 D 为原点, 建立空间直角坐标系, 点 E 在 BD 上, 且 $BE = \frac{1}{3}BD$, 点 F 在



CB_1 上, 且 $CF = \frac{1}{3}CB_1$, 若平面 ADD_1A_1 上存在一点 G , 平面 $ABCD$ 上存在一点 K , 使得平面 $B_1GK \parallel$ 平面 DEF , 则一个满足条件的点 G 的坐标为 _____.

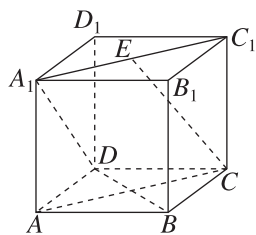
16. (15分) 如图, 在正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $AB=4, AA_1=3, M$ 是 AB 的中点, N 在 AA_1 上, 且 $AN=2NA_1$, 点 P 在 B_1N 上, 且 $\overrightarrow{B_1P} = \lambda \overrightarrow{B_1N}$ ($0 \leq \lambda \leq 1$). 是否存在实数 λ , 使得 $MP \parallel BC_1$? 若存在, 求出 λ 的值; 若不存在, 请说明理由.



第3课时 空间中直线、平面的垂直

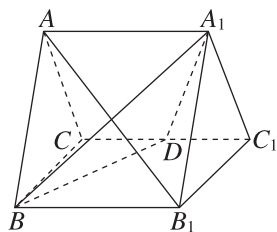
基础巩固

- [2026·江苏太湖高级中学高二期中] 已知平面 α, β 的一个法向量分别为 $\mathbf{a} = (1, -2, -4), \mathbf{b} = (x, 1, 2)$, 若 $\alpha \perp \beta$, 则 x 的值为 ()
 A. 10 B. -10
 C. $\frac{1}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$
- 已知向量 $\mathbf{a} = (4, 4, 5), \mathbf{b} = (-7, x, y)$ 分别是直线 l_1, l_2 的方向向量, 若 $l_1 \perp l_2$, 则下列几组解中可能正确的是 ()
 A. $x=1, y=3$ B. $x=4, y=3$
 C. $x=2, y=4$ D. $x=0, y=2$
- 已知直线 l 与平面 α 垂直, 直线 l 的一个方向向量为 $\mathbf{a} = (2, 3, -1)$, 直线 l' 的一个方向向量为 $\mathbf{b} = (m, 1, 5)$, 且直线 l' 与平面 α 平行, 则 $m =$ ()
 A. -1 B. 1 C. -2 D. 2
- 若平面 α, β 的一个法向量分别为 $\mathbf{a} = (-1, 2, 7), \mathbf{b} = (2, 3, -4)$, 则平面 α 与平面 β 的位置关系是 ()
 A. 平行 B. 垂直
 C. 相交但不垂直 D. 无法确定
- 如图, 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 若 E 为 A_1C_1 的中点, 则直线 CE 垂直于 ()



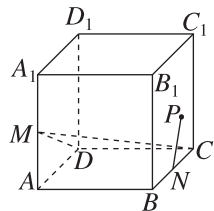
- A. AC B. BD
 C. A_1D D. A_1A
- (多选题)[2026·东北师大附中高二期中] 已知平面 α 与平面 β 的法向量分别是 $\mathbf{n}_1, \mathbf{n}_2$, 直线 l 的方向向量为 \mathbf{a} , 则下列说法正确的是 ()
 A. 若 $\mathbf{n}_1 \cdot \mathbf{n}_2 = 0$, 则 $\alpha \perp \beta$
 B. 若 $\mathbf{n}_2 \parallel \mathbf{a}$, 则 $l \perp \beta$
 C. 若 $\mathbf{n}_1 \cdot \mathbf{a} = 0$, 则 $l \perp \alpha$
 D. 若 $\mathbf{n}_2 \cdot \mathbf{a} = 0$, 则 $l \parallel \beta$

- 已知 $\mathbf{a} = (0, 1, 1), \mathbf{b} = (1, 1, 0), \mathbf{c} = (1, 0, 1)$ 分别是平面 α, β, γ 的一个法向量, 则 α, β, γ 三个平面中互相垂直的有 _____ 对.
- 已知 $\mathbf{u} = (2, a, b) (a, b \in \mathbf{R})$ 是直线 l 的方向向量, $\mathbf{n} = (1, 3, 2)$ 是平面 α 的法向量, 如果 $l \perp \alpha$, 那么 $2a + 3b =$ _____.
- (13分) 如图所示, 正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的棱长均为 2, D 为 CC_1 的中点. 求证: $AB_1 \perp$ 平面 A_1BD .



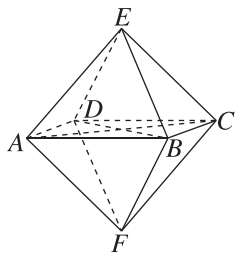
综合提升

- 若平面 α 的一个法向量为 $\mathbf{n} = (0, 1, -1)$, 直线 $l \perp$ 平面 α , 则直线 l 的单位方向向量 $\mathbf{s} =$ ()
 A. $(0, 1, -1)$ B. $\pm(0, \frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2})$
 C. $(0, \sqrt{2}, -\sqrt{2})$ D. $\pm(0, \sqrt{2}, -\sqrt{2})$
- 如图, 正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 2, M, N 分别为棱 AA_1, BC 的中点, 若点 P 为正方体表面上的一动点, 且满足 $NP \perp$ 平面 MDC , 则点 P 的轨迹长度为 ()
 A. $2\sqrt{2}$ B. $\sqrt{5}$ C. $\sqrt{2}$ D. 2



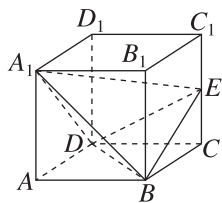
班级
姓名
题号
1
2
3
4
5
6
7
8
10
11
12
13
15

12. (多选题)如图,八面体的每一个面都是正三角形,并且 A, B, C, D 四个顶点在同一平面内,则下列结论正确的是 ()



- A. $AE \parallel$ 平面 CDF
 B. 平面 $ABE \parallel$ 平面 CDF
 C. $AB \perp DE$
 D. 平面 $ACE \perp$ 平面 BDF
13. [2026 · 山西大学附中高二月考] 在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $DD_1 = 2AB = 2BC = 2$, 动点 P 满足 $\overrightarrow{D_1P} = \lambda \overrightarrow{D_1B}$ ($0 < \lambda < 1$), 则当 AP 与 CP 垂直时, λ 的值为 _____.

14. (15分)如图,已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, E 为棱 CC_1 上的动点.
- (1) 求证: $A_1E \perp BD$;
 (2) 若平面 $A_1BD \perp$ 平面 EBD , 求证: E 为 CC_1 的中点.



思维探索

15. (多选题)在正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $AB = AA_1 = 1$, 点 P 满足 $\overrightarrow{BP} = \lambda \overrightarrow{BC} + \mu \overrightarrow{BB_1}$, 其中 $\lambda \in [0, 1], \mu \in [0, 1]$, 则 ()
- A. 当 $\lambda = 1$ 时, 有 $CP \parallel BB_1$
 B. 当 $\mu = 1$ 时, $\triangle ABP$ 的周长为定值
 C. 当 $\lambda = \frac{1}{2}$ 时, 有且仅有一个点 P , 使得 $A_1P \perp BP$
 D. 当 $\mu = \frac{1}{2}$ 时, 有且仅有一个点 P , 使得 $A_1B \perp$ 平面 AB_1P

16. (15分)如图①, 在 $\triangle PBC$ 中, $\angle PBC = \frac{\pi}{2}$, $PB = 2BC = 4$, 点 D, E 分别为边 PC, PB 的中点, 将 $\triangle PED$ 沿 DE 折起到 $\triangle AED$ 的位置, 使得平面 $AED \perp$ 平面 $BCDE$, 如图②.
- (1) 求证: $DC \perp AE$.
 (2) 在平面 ACD 内是否存在点 M , 使得平面 $AEM \perp$ 平面 ABD ? 若存在, 指出点 M 的位置; 若不存在, 说明理由.

